

**OBS! Lösningar ska vara motiverade. Välj lämpliga beteckningar för sannolikheter och andra förekommande storheter.**

**Betygsgränser:**

betyg	3	4	5
poäng	25	35	45

**Uppgift 1** 7 poäng

Sannolikhetsfunktionen för en diskret slumpvariabel  $X$  är definierad på följande sätt.

$$p_X(k) = k/15 \quad k = 1, 2, 3, 4, 5$$

- Ange den fullständiga sannolikhetsfunktionen med hjälp av en tabell. (1P)
- Ange också fördelningsfunktionen för  $X$  i form av en tabell. (1P)
- Beräkna sannolikheten  $P(X < 3)$  och  $P(X \geq 2)$ . (2P)
- Beräkna väntevärdet för  $X$ . (1P)
- Beräkna standardavvikelsen för  $X$ . (1P)
- Beräkna väntevärdet för slumpvariabeln  $Y = 2 + 3 \cdot X$ . (1P)

**Uppgift 2** 4 poäng

En student drar slumpmässigt en av fyra uppgifter för en muntlig examination. Chansen att studenten klarar examinationen är 60 % för uppgift nummer ett och 40 % för de andra tre uppgifterna.

- Vad är sannolikheten att studenten klarar av examinationen? (2P)
- Det tog ett lyckligt slut och studenten klarade examinationen. Ange sannolikheten att hen hade dragit uppgift nummer ett. (2P)

**Uppgift 3** 7 poäng

Sannolikheten att en elektronisk komponent fungerar minst ett år är 25 %. Ett företag köper 12 komponenter. Låt slumpvariabeln  $X$  vara antalet komponenter som fungerar minst ett år.

- Hur är slumpvariabeln  $X$  fördelad? (1P)
- Vad är sannolikheten att alla komponenter fungerar minst ett år? (1P)
- Vad är sannolikheten att mindre än 2 komponenter fungerar minst ett år (2P)
- Vad är sannolikheten att ingen komponent fungerar minst ett år (1P)
- Ange väntevärde och varians för slumpvariabeln  $X$  (2P)

**Uppgift 4** 6 poäng

Antalet inkommande mejl till en server kan anses vara Poisson-fördelad med väntevärdet 3 per sekund.

- Ange sannolikheten att inget mejl inkommer inom en sekund. (2P)
- Ange sannolikheten att det inte kommer något mejl inom 3 sekunder. (2P)
- Ange sannolikheten att det kommer fler än 6 mejl på en sekund. (2P)

**Uppgift 5** 6 poäng

En slumpvariabel  $X$  är exponentiellt fördelad med väntevärdet 3.

- Ange sannolikheten att  $X$  blir större än 9. (2P)
- Ange sannolikheten att  $X$  hamnar mellan 3 och 6. (2P)
- Sannolikheten att  $X$  överstiger 9 ska inte vara större än 0.001. Till vilket värde måste väntevärdet förminska för att säkerställa detta? (2P)

**Uppgift 6** 7 poäng

En maskin framställer skruvar. Vikten av en skruv är en normalfördelad slumpvariabel ( $X$ ) med väntevärdet 3 och standardavvikelsen 0.15 (allt i gram). Skruvarnas vikter antas vara oberoende av varandra.

- Ange sannolikheten att en slumpmässigt vald skruv blir tyngre än 3.15 gram. (1P)
- Ange sannolikheten att en slumpmässigt vald skruv väger mellan 2.7 och 3.3 gram. (2P)
- Vikten av 25 slumpmässigt valda skruvar mättes och det aritmetiska medelvärdet beräknades. Medelvärdet är en slumpvariabel och betecknas med  $\bar{X}$ . Ange sannolikheten att detta medelvärde blir större än 3.15 gram. (2P)
- Beräkna sannolikheten att vikten av en kartong med 100 skruvar överskrider 303 gram (2P)

**Uppgift 7** 6 poäng

En forskargrupp vill bestämma medelstorleken (väntevärdet) av en viss djurart. Följande storlekar mättes på slumpmässigt valda individer:

10.2 11.9 12.0 11.8 10.6 10.7 11.8 9.8 11.2

Beräkna ett 95 % konfidensintervall för väntevärdet. Storlekarna kan anses som utfall av oberoende, normalfördelade slumpvariabler. (stickprovsvärden: medelvärdet  $\bar{x} = 11.11$  ; variansen  $s^2 = 0.67$ ).

**Uppgift 8** 7 poäng

Det ska testas om en blodtrycksänkande medicin ger en signifikant effekt. Därför mätts det systoliska blodtrycket hos några patienter före och efter användning av denna medicin. Följande mätvärden erhöles (i mm Hg):

patient	1	2	3	4	5	6
före	155	160	158	151	166	174
efter	151	155	149	154	165	162

- Beräkna ett 95% konfidensintervall för den antagna systematiska skillnaden mellan väntevärdena för båda grupper ("före" och "efter"). Mätresultaten kan antas vara normalfördelade och oberoende mellan patienterna. (6P)
- Kan dessa mätningar bekräfta att medicinen har en signifikant hälsoeffekt (med konfidensgrad 95%)? (1P)

**Allmänt tips:**

I sammanhang med konfidensintervall används beteckningen konfidensgrad ( $1 - \alpha$  ; t.ex. 0.95).  
I sammanhang med hypotestest används beteckningen signifikansnivå ( $\alpha$  ; t.ex. 0.05).