

OBS! Lösningar ska vara motiverade. Välj lämpliga beteckningar för sannolikheter och andra förekommande storheter.

Betygsgränser:

betyg	3	4	5
poäng	25	35	45

Uppgift 1 7 poäng

En tärning manipuleras så att sannolikheten att slå siffran sex blir $1/2$. Dessutom vet man att alla andra siffror blir lika sannolika. Beteckna slumpvariabeln "ögontalet" med X .

- Ange den fullständiga sannolikhetsfunktionen för slumpvariabeln X med hjälp av en tabell. (1P)
- Ange även fördelningsfunktionen för X i form av en tabell. (1P)
- Beräkna sannolikheten att X blir mindre än 3. (1P)
- Vad är sannolikheten att X^2 blir 4? (1P)
- Beräkna väntevärdet och standardavvikelsen för X . (2P)
- Beräkna väntevärdet för slumpvariabeln $Y = 5 + 2 \cdot X$. (1P)

Uppgift 2 7 poäng

Sannolikheten att ett batteri i en digitalkamera går sönder på grund av stark frost är 20 %. En student vill vintervandra i fjällen under en längre tid och tar med 15 batterier. Låt X vara antalet batterier som går sönder under denna vandring på grund av stark frost.

- Hur är slumpvariabeln X fördelad? (1P)
- Ange väntevärde, varians och standardavvikelse för slumpvariabeln X (3P)
- Vad är sannolikheten att inget batteri går sönder? (1P)
- Vad är sannolikheten att mindre än 4 batterier går sönder? (1P)
- Vad är sannolikheten att fler än 3 av de 15 batterier går sönder? (1P)

Uppgift 3 7 poäng

Låt oss anta att livslängden X av en elektronisk komponent är exponentialfördelad med väntevärde 5 månader.

- Hur stor är standardavvikelsen för slumpvariabeln X ? (1P)
- Hur stor är sannolikheten att livstiden blir kortare än 2 månader? (1P)
- Vad är sannolikheten att komponenten fungerar minst 10 månader? (1P)
- Hur stor är sannolikheten att livstiden hamnar mellan 3 och 4 månader? (2P)
- En apparat innehåller två elektroniska komponenter som har olika väntevärden för livslängden, nämligen 5 respektive 6 månader. Båda komponenterna är kopplade i serie, dvs. att båda måste fungera om apparaten ska fungera. Det kan antas att komponenterna fungerar oberoende av varandra. Vad är sannolikheten att apparaten fungerar minst 8 månader? (2P)

Uppgift 4 8 poäng

En maskin tillverkar småbatterier och förpackar 25 styck var i en kartong. Vikten av ett batteri är en normalfördelad slumpvariabel X med väntevärdet 4 och standardavvikelsen 0.2 (allt i gram). Batteriernas vikt antas vara oberoende av varandra.

- Man väljer slumpmässigt ett batteri. Hur stor är sannolikheten att vikten av detta ligger mellan 3.8 och 4.2 gram? (2P)
- Hur stor är sannolikheten att ett batteri blir tyngre än 4.4 gram? (2P)
- Ange sannolikheten att nettovikten av en kartong med 25 batterier överstiger 101 gram? (2P)
- Ange sannolikheten att den genomsnittliga vikten av 25 batterier överstiger 4.04 gram? (2P)

Uppgift 5 4 poäng

Miljöbelastningen med små dammpartikler ska bestämmas i en storstad. För koncentrationen har man fått följande mätresultat (i mikrogram per kubikmeter):

48.2 50.22 43.01 52.3 40.05 41.2 58.56 56.09 44.87 46.8

Mätvärdena kan anses som utfall av oberoende, normalfördelade slumpvariabler. (stickprovsvärden: medelvärdet $\bar{x} = 48.13$; variansen $s^2 = 38.43$).

a) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för väntevärdet av dammkoncentrationen.

Uppgift 6 5 poäng

En biluthyrning vill skaffa nya, slitstarka däck för sina personbilar. Livstiden för däck av två leverantörer (A, B) jämförs, med följande resultat:

(n : antalet mätningar; \bar{x} : stickprovsvärde ; s^2 : stickprovsvarians)

	n	\bar{x}	s^2
leverantör A	201	57.2	16
leverantör B	201	54.8	30.25

a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för skillnaden mellan väntevärden av livstiden för däck typ A och B. (4P)

b) Skiljer sig medelvärdena sigifikant på 5% signifikansnivå? (1P)

Uppgift 7 5 poäng

En biltillverkare påstår att den nya modellen "SuperClean 2020" har en koldioxidemission som ligger under 120 gram per kilometer. Ett oberoende testlaboratorium vill undersöka om biltillverkarens uppgifter stämmer och gör därför 10 oberoende mätningar av emissionen, med följande resultat:

119.2 117.5 128.5 126.7 145.8 132.5 117.5 129.5 120.6 127.9s

Mätvärdena för koldioxidemissionen kan anses som utfall av oberoende, normalfördelade slumpvariabler.

a) Kan laboratoriet vederlägga biltillverkarens påstående? Tips: utför ett ensidigt test på signifikansnivå 0.05 med $H_0 : \mu_0 = 120$ och $H_a : \mu_0 > 120$. (stickprovsvärden: medelvärdet $\bar{x} = 126.57$; variansen $s^2 = 74.84$)

Uppgift 8 7 poäng

Ett team ingenjörer tror att de har hittat en metod för att förlänga livstiden hos datorbatterier genom att tillsätta en viss mängd av sällsynta jordartsmetaller. De har mätt följande sammanhang mellan koncentrationen av sällsynta jordartsmetaller och livstiden:

x = koncentration (ng/g)	0.05	0.1	0.2	0.25	0.3
y = livstid (månader)	31	40	54	56	68

Stickprovsvärden: $\sum_i x_i^2 = 0.205$; $\sum_i y_i^2 = 13237$; $\sum_i x_i y_i = 50.75$; $\bar{x} = 0.18$; $\bar{y} = 49.8$

a) Illustrera materialet grafiskt. Kan en linjär regression tillämpas? (1P)

b) Ange en punktskattning för lutningen av regressionslinjen. (2P)

c) Ange ett 95% konfidensintervall för lutningen. (4P)

Allmänt tips:

I sammanhang med konfidensintervall används beteckningen konfidensgrad ($1 - \alpha$; t.ex. 0.95).

I sammanhang med hypotestest används beteckningen signifikansnivå (α ; t.ex. 0.05).