

OBS! Lösningar ska vara motiverade. Välj lämpliga beteckningar!

Uppgift 1 2 poäng

Ett barn fick en påse med 30 karameller. Bland dessa har exakt
5 stycken ett chokladöverdrag, men ingen pepparmintfyllning;
6 stycken en pepparmintfyllning, men inget chokladöverdrag;
3 stycken både ett chokladöverdrag och en pepparmintfyllning.

- Framställ dessa uppgifter grafiskt (t.ex. i ett Venn diagram).
- Barnet väljer slumpmässigt en karamell. Ange sannolikheten att karamellen har antingen ett chokladöverdrag eller en pepparmintfyllning, men inte bådaddera.

Uppgift 2 5 poäng

I en påse med julgodis finns det fyra kokosbollar (K_1, K_2, K_3, K_4) och två chokladbollar (C_1, C_2). Ett barn får välja två av dessa utan att titta. Sannolikheten att bli vald antas vara jämn för alla godisbitar.

- Vilka resultat kan det bli? Med andra ord: Ange utfallsrummet Ω för detta 'slumpförsök'.
- Ange sannolikheten att barnet valde två kokosbollar.
- Ange sannolikheten att barnet fick minst en kokosboll.
- Ange sannolikheten att barnet fick två chokladbollar.
- Ange sannolikheten att barnet fick en kokosboll och en chokladboll.

Uppgift 3 5 poäng

I en godispåse finns det totalt 100 stycken sötsaker, därav 70 % karameller och 30 % tuggummi. 10 % av karamellerna och 20 % av tuggummin har citronsmak.

- Ett barn väljer slumpmässigt en godisbit. Hur stor är sannolikheten att det är en karamell? Hur stor är sannolikheten att godisbiten har citronsmak?
- En godisbit med citronsmak har valts. Hur stor är sannolikheten att det var ett tuggummi? Hur stor är sannolikheten att det var en karamell?
- Är följande händelser (C och K) oberoende av varandra?
Händelse C: det valda godiset har citronsmak.
Händelse K: det valda godiset är en karamell.

Uppgift 4 8 poäng

Sockethalten av en viss sort karameller är en normalfördelad slumpvariabel X , med väntevärdet $\mu = 40$ och standardavvikelsen $\sigma = 2$, dvs. $X \in N(40, 2)$ (allt i procent).

- Skissa täthetsfunktionen för sockethalten och markera arean som motsvarar sannolikheten att sockethalten är större än 42 %.
- Man väljer slumpmässigt en karamell. Ange ett numeriskt värde för sannolikheten att karamellens sockethalt är större än 42 %.
- Hur stor är sannolikheten att en slumpmässigt vald karamell har en sockethalt mellan 36 och 44 procent ?

d) Hur stor är sannolikheten att en slumpmässigt vald karamell har en sockerhalt mindre än 36 % eller större än 44 % ? Ange ett numeriskt värde för denna sannolikhet och markera området som motsvarar denna sannolikhet i en ny skiss.

e) Man väljer slumpmässigt 100 karameller och beräknar det aritmetiska medelvärdet av deras sockerhalt. Medelvärdet beror av slumpvariabler och är därför också en slumpvariabel. Hur är medelvärdet fördelat (ange numeriska värden för väntevärdet och standardavvikelsen)? Hur stor är sannolikheten att detta medelvärde överstiger 40.4 procent?

Uppgift 5 6 poäng

Det misstänks att en stor godisleverans från en distributör innehåller en viss procentsats där bäst-före-datumet har utgått. Livsmedelsverket tar ett slumpmässigt stickprov omfattande n stycken och bestämmer antalet utgångna bland dem. Låt detta antal vara slumpvariabeln X . Observera att stickprovet är mycket litet jämfört med hela leveransen.

- Vilken fördelning har slumpvariabeln X ?
- Det togs 100 godis som stickprov; 20 av dem visade sig vara utgångna. Ange en punktskattning för andelen p av utgången godis i hela leveransen.
- Ange ett 95 % konfidensintervall för denna skattning. Vilken approximation används?
- Hur stort måste stickprovet vara för att få ett 99 % konfidensintervall med samma bredd?

Uppgift 6 4 poäng

Sockerhalten av en viss sort karameller anses normalfördelad med okänd standardavvikelse. Sockerhalten av 6 stycken slumpmässigt valda karameller av denna sort bestäms med en mycket noggrann metod. Man erhöll följande resultat (allt i procent): (40.5, 41.7, 39.0, 44.5, 42.0, 39.1)

Ange ett 95 % konfidensintervall för väntevärdet av den underliggande fördelningen. Beskriv med en eller två meningar vad det erhållna resultatet betyder.

Uppgift 7 4 poäng

Folkhälsoinstitutet vill fastställa om folk går upp i kroppsvikt under jultiden. Därför vägs fem frivilliga två veckor före och en vecka efter juldagen. Undersökningen visade följande resultat:

Person	1	2	3	4	5
före	67.5	75	83.6	72.5	92.1
efter	69.2	75	86.7	75.5	96.7

Ange ett 95 % konfidensintervall för skillnaden mellan väntevärden av vikten före och efter jultiden. (För enkelhets skull antas det att det finns en systematisk förändring av vikten som är densamma för alla personer.) Finns det en signifikant skillnad mellan vikterna 'före' och 'efter'? Hur kan experimentet förändras för att få ett konfidensintervall med mindre bredd?

Uppgift 8 6 poäng

Livsmedelsverket vill undersöka med vilken precision sockerhalten av godis kan bestämmas med en ny metod. Därför mäts sockerhalten av fem sorters godis med den nya metoden. Sockerhalterna av de fem sorterna är mycket väl kända eftersom de har mätts tidigare med en mycket noggrann (dock dyr) metod. Den nya metoden är billigare men anses vara behäftad med ett systematiskt fel. Man fick följande resultat:

känd sockerhalt	8	12	18	22	32
uppmätt sockerhalt	7	12	21	26	37

Om den nya metoden är bra borde sambandet mellan känd och uppmätt sockerhalt vara linjär med lutning 1.

- Genomför en linjär regression mellan känd och uppmätt sockerhalt för att skatta den verkliga lutningen.
- Konstruera ett 95 % konfidensintervall för skattningen. Vad betyder resultatet? Skulle du rekommendera att använda den nya metoden?