

OBS! Lösningarna ska vara motiverade. Välj lämpliga beteckningar för sannolikheter och andra förekommande storheter. Hjälpmedel: miniräknare och formelsamling.

Uppgift 1 5 poäng

Följande tabell anger sannolikhetsfunktionen för en diskret slumpvariabel X :

k	1	2	3	4
$p_X(k)$	0.2	0.5	0.2	saknas

- a) Ange den sannolikhet som saknas i tabellen. (1P)
- b) Ange fördelningsfunktionen för X i form av en tabell. (1P)
- c) Beräkna sannolikheten $P(X < 3)$. (1P)
- d) Beräkna väntevärdet för X . (1P)
- e) Beräkna standardavvikelsen för X . (1P)

Uppgift 2 5 poäng

En apparat kontrollerar svetsfog i ledningsrör. Apparaten är byggd för att avge en varningssignal om fogen är defekt, den fungerar dock inte perfekt. I tabellen anges den simultana sannolikhetsfunktionen för rörets tillstånd och apparatens respons, t. ex $P(\text{defekt} \cap \text{signal}) = 0.05$:

	signal	ingen signal
defekt	0.05	0.01
inte defekt	0.02	0.92

Man väljer slumpmässigt ett rör och kontrollerar svetsfogen.

- a) Vad är sannolikheten att röret är defekt? (1P)
- b) Vad är sannolikheten att röret inte är defekt? (1P)
- c) Givet att röret är defekt: vad är den betingade slh:en att apparaten inte ger någon signal? (1P)
- d) Om röret inte är defekt: vad är den betingade slh:en att apparaten ger en signal ändå? (1P)
- e) Ange sannolikheten att apparaten inte fungerar som den ska. (1P)

Uppgift 3 6 poäng

Drifttiden per vecka för en viss maskin har följande täthetsfunktion (tiden mäts i timmar):

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{3}{64} \cdot t^2 \cdot (4-t) & \text{om } 0 \leq t \leq 4 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

- a) Ange fördelningsfunktionen $F_X(t)$ för drifttiden. (2P)
- b) Med vilken sannolikhet är drifttiden per vecka mindre än (eller lika med) en timme? (1P)
- c) Ange väntevärdet för drifttiden. (2P)
- d) Driften kostar 2000 kr/h. Ange väntevärdet för kostnaderna per vecka. (1P)

Uppgift 4 4 poäng

En tillverkare av maskindelar påstår att diametern av deras kullager har väntervärdet $\mu = 200$ och standardavvikelsen $\sigma = 0.5$ (i mm). Vid en kvalitetskontroll beräknas medelvärdet för diametern av 25 slumpmässigt valda kullager. Diametern kan anses som normalfördelad.

Om tillverkarens uppgifter stämmer: Vad är sannolikheten att detta medelvärde avviker mer än 0.25 mm från det angivna värdet 200 mm? (4P)

Uppgift 5 5 poäng

I en ny kvalitetskontroll mättes följande värden för diametern av kullagren från uppgift 4:

199.0; 200.1; 198.7; 198.2; 199.3; 200.1; 198.9; 200.0

a) Ange ett 95% konfidensintervall för diametern μ baserad på detta stickprov. Vi kan inte lita på tillverkarens uppgifter och måste därför anse både μ och σ som okända parametrar. (4P)

b) Tolka detta resultat! Kan vi stödja tillverkarens uppgifter pga. stickprovet vi tog? (1P)

Uppgift 6 5 poäng

I ett kustområde i Sverige genomförs en undersökning av andelen fästingar som bär på Borrelia-bakterier. Det samlas in ett visst antal fästingar (n). Därefter räknas antalet bärare av bakterien i detta stickprov. Låt detta antal vara slumpvariabeln X .

a) Vilken fördelning har slumpvariabeln X ? (1P)

b) Det samlades in totalt 100 fästingar; 20 av dessa visade sig vara infekterade. Ange en punktskattning för andelen p av infekterade individer i fästingpopulationen. (1P)

c) Ange ett approximativt 95% konfidensintervall (KI) för andelen p . (2P)

d) Hur stort bedömer du måste stickprovet vara för att få ett 99% KI för p med samma bredd? (1P)

Uppgift 7 5 poäng

Två metoder för att undervisa statistik på Uppsala universitet ska bedömas. I en kurs med 10 studenter undervisas enligt metod A, i en annan kurs med 12 studenter undervisas enligt metod B. Effektiviteten ska jämföras med hjälp av de genomsnittliga poängtalerna i tentamen (\bar{x}_A resp. \bar{x}_B) i båda grupper. Standardavvikelserna i båda grupper (σ_A resp. σ_B) är okända men får antas vara lika stora (det finns statistiska test som kan stödja det). Alla mätvärden får betraktas som observationer av oberoende och normalfördelade slumpvariabler. Medelvärdena och stickprovsstandardavvikelserna (s_A resp. s_B) av poängtalerna i båda grupper visas i följande tabell:

	n	\bar{x}_i	s_i
grupp A	10	28.3	5.4
grupp B	12	31.1	5.2

a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för skillnaden mellan medelvärden av poängtalerna i grupp A och grupp B (4P)

b) Kan man pga. av ovanstående skattning säga vilken metod som är bäst? (1P)

Uppgift 8 5 poäng

Halten av mättade fettsyror i blodserum kontrollerades på 8 slumpmässigt valda anställda i ett stort företag. Efter att dessa personer fått vissa dietföreskrifter kontrollerades de igen två månader senare. Resultaten för den första och den andra mätningen för varje person visas i tabellen. Det kan antas att halten av fettsyror är normalfördelade och att olika personers mätvärden är oberoende.

Person	A	B	C	D	E	F	G	H
tid 1	16	20	18	19	15	21	21	20
tid 2	13	16	15	14	15	22	18	17

Beräkna ett 95% konfidensintervall för skillnaden mellan medelvärdet för tid 1 och medelvärdet för tid 2. (5P)